M A T E M A T I K A M 2 (b)
Požadavky ke zkoušce v LS 2025-26

Před zkouškou je nutné získat zápočet ze cvičení, bez uděleného zápočtu, zapsaného v SISu, student nemůže zkoušku konat.

Průběh zkoušky:
Zkouška z matematiky má dvě části, písemnou a ústní.

Písemná část zkoušky trvá dvě hodiny a řeší se v ní tyto úlohy:
1. Příklad z lineární algebry – řešení soustav lineárních rovnic užitím maticového počtu, nebo vyšetřování lineárních zobrazení z R^n do R^m a jejich vlastností.
2. Řešení lineární diferenciální rovnice druhého řádu s konstantními koeficienty (obecné řešení i řešení dané počáteční úlohy).
3. Vyšetření základních vlastností funkce dvou proměnných - definiční obor, spojitost, výpočet parciálních derivací funkce a jejich užití k nalezení totálního diferenciálu a lineární aproximace funkce.
4. Výpočet a aplikace dvojného a dobrovolně „navíc" trojného integrálu.
5. Vyšetření existence funkce, definované implicitně zadanou rovnicí v okolí daného bodu, výpočet a užití derivací implicitní funkce.

nebo dobrovolně je možné místo tohoto příkladu řešit

5. Výpočet křivkového integrálu skalární nebo vektorové funkce.

nebo

Ověření potenciálnosti daného vektorového pole a výpočet potenciálu.

U každé úlohy v testu jsou i otázky, ověřující znalost definic a základních vět z té části probrané látky, která souvisí se zadaným příkladem (viz ukázkový zkouškový test).
K ústní části zkoušky posluchač postoupí, pokud získá z písemné práce aspoň polovinu bodů z maxima možných.

Požadavky ke zkoušce:
Předpokládá se znalost látky z Matematiky M1.
U definic je důležité porozumění v nich definovaným pojmům. Stejně tak i u vět je důležité rozumět v nich uvedeným tvrzením a jejich aplikacím. Důkazy vět, i pokud byly probrány, se nezkoušejí.

Lineární algebra:
vektorový (lineární) prostor obecně: definice, základní pojmy, příklady lineárních prostorů;

n-rozměrný aritmetický vektor, n-rozměrný aritmetický prostor R^n :
n-rozměrný aritmetický vektor, lineární kombinace vektorů, lineární závislost a nezávislost skupiny vektorů, base a dimenze prostoru R^n ;

matice:
sčítání a násobení matic, ekvivalentní úpravy matice, hodnost matice;
čtvercové matice: regulární, resp. singulární čtvercová matice; inversní matice: definice, existence, výpočet;
determinant čtvercové matice: definice a vlastnosti, rozvoj determinantu podle řádku nebo sloupce, výpočet determinantu; výpočet inversní matice pomocí determinantů;

řešení soustav lineárních algebraických rovnic Gaussovou, resp. Gauss - Jordanovou metodou, užitím inverzní matice a „dobrovolně" i užitím Cramerova pravidla;

lineární zobrazení vektorových prostorů, speciálně.lineární zobrazení z R^n do R^m a jeho vyjádření pomocí matic; vlastnosti lineárního zobrazení - zobrazení prosté, zobrazení „na", zobrazení inverzní;
vlastní čísla a vlastní vektory matice.

Diferenciální rovnice:

lineární diferenciální rovnice 2.řádu - základní pojmy:

počáteční úloha, věta o existenci a jednoznačnosti řešení počáteční úlohy pro OLDR 2. řádu;
obecné řešení OLDR 2.řádu: řešení homogenní rovnice (dimenze lineárního prostoru řešení, fundamentální systém řešení a obecné řešení rovnice bez pravé strany),
řešení rovnice s pravou stranou – metoda variace konstant;

lineární diferenciální rovnice 2.řádu s konstantními koeficienty:

charakteristická rovnice, fundamentální systém řešení a obecné řešení rovnice bez pravé strany;
partikulární a obecné řešení rovnice s pravou stranou, nalezení partikulárního řešení metodou variace konstant a odhad partikulárního řešení pro speciální pravé strany; řešení počáteční úlohy;
aplikace lineárních diferenciálních rovnic 2. řádu;

soustavy dvou lineárních diferenciálních rovnic prvního řádu s konstantními koeficienty a nulovými pravými stranami.

Diferenciální počet funkcí více proměnných:

metrický prostor R^n :

metrika, okolí bodu, konvergence posloupnosti bodů v R^n, množina otevřená, uzavřená, hranice množiny, hromadný bod množiny, uzávěr množiny, souvislá množina, oblast;

skalární a vektorové funkce více reálných proměnných:

vektorové funkce jedné reálné proměnné - definice, limita, spojitost, derivace, užití;

skalární funkce více proměnných:

limita (jen jednoduše) spojitost a vlastnosti spojitých funkcí;
parciální derivace - definice, základní věty a výpočet, záměnnost parciálních derivací vyšších řádů;
gradient funkce; definice derivace ve směru;
diferencovatelnost funkce, diferenciál funkce_- definice, geometrický smysl (tečná rovina ke grafu funkce dvou proměnných), lineární aproximace funkce, souvislost mezi diferencovatelností funkce a existencí parciálních derivací, postačující podmínka pro diferencovatelnost funkce;
derivace složené funkce více proměnných - vzorec pro výpočet derivace ve směru, věta o derivování složených funkcí více proměnných, užití věty o derivování složených funkcí;
věta o implicitní funkci jedné i dvou proměnných - výpočet derivací funkce, dané implicitně; aproximace implicitně definované funkce Taylorovým polynomem 1. (u implicitní funkce jedné proměnné i Taylorovýn polynomem 2. stupně); rovnice tečny ke křivce dané rovnicí F(x,y) = 0 a tečné roviny k ploše, dané rovnicí F(x,y,z) = 0;
extrémy funkcí více proměnných – jen základní znalosti:
pojmy globální extrém funkce na dané množině, lokální extrém, nutná podmínka pro lokální extrém, jen „dobrovolně" postačující podmínka pro existenci lokálního extrému u funkcí dvou proměnných;
věta o existenci globálních extrémy spojité funkce dvou proměnných na uzavřené a omezené množině.

A nepovinně „navíc":

vektorové funkce více proměnných: jako u skalární funkce více proměnných spojitost, parciální derivace, diferencovatelnost a postačující podmínka pro diferencovatelnost vektorové funkce více proměnných, regulární zobrazení.

Dvojný a trojný integrál:

měřitelná množina, definice dvojného a trojného Riemannova integrálu;
nutná podmínka integrovatelnosti funkce na měřitelné množině, postačující podmínky integrovatelnosti;
základní vlastnosti dvojného a trojného integrálu;
výpočet - Fubiniova věta (převedení dvojného, resp. trojného integrálu na integraci dvojnásobnou, resp. trojnásobnou); věta o substituci (do polárních, válcových souřadnic, do sférických souřadnic);
užití dvojného a trojného integrálu při výpočtu obsahu rovinné oblasti, objemu a hmotnosti tělesa,
.

Křivkový integrál (nepovinně „navíc"):

křivka v R^3 (R^2) - definice, parametrické vyjádření křivky, tečna ke křivce, délka křivky;
křivkový integrál skalární funkce - definice, nutná podmínka existence, postačující podmínky existence, základní vlastnosti, výpočet, aplikace;
křivkový integrál vektorové funkce - definice převedením na křivkový integrál ze skalární funkce, vlastnosti, výpočet;

nezávislost křivkového integrálu vektorové funkce na cestě a potenciální vektorové pole - nutná a postačující podmínka nezávislosti křivkového integrálu na cestě, potenciální vektorové pole, potenciál, výpočet potenciálu, výpočet práce potenciálního pole.

A už jsme nestihli probrat, ale můžete si prostudovat a u zkoušky si zvolit otázky i těchto partií:

Nevlastní integrál:
definice, pojem konvergence a divergence nevlastního integrálu, kriteria konvergence integrálu z nezáporné funkce (srovnávací, limitní srovnávací kriterium), absolutní konvergence nevlastního integrálu.

Nekonečné řady:
nekonečné číselné řady - konvergence, divergence řady, definice součtu nekonečné řady, základní vlastnosti nekonečných řad, nutná podmínka konvergence;
kriteria konvergence řad s nezápornými členy - srovnávací, limitní srovnávací, integrální;
pojem absolutní konvergence;
nekonečné funkční řady;
speciálně mocninné řady: poloměr konvergence, obor konvergence a základní vlastnosti mocninných řad.

15.5.2026 N. Krylová